



Goocheltrucs



Halve kaarten vinden elkaar

Nu is het aan jullie:

- 5 trucs
- 10 groepen – 2 groepen zelfde truc
- Elke groep levert goochelaar
- 20': truc inoefenen + wiskunde achter de truc zoeken
- Tijd over -> vraag andere truc uit extra gamma



Goocheltrucs



- Halve kaarten vinden elkaar
- Aantal kaarten voorspellen
- Het rekenwonder
- Meetkundig verdwijnen
- Kaart raden + de vijf dobbelstenen
- Josephus: kaarten ordenen en de drenkeling
- ... Tijd over: vraag extra truc

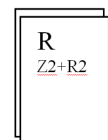
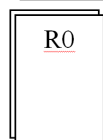
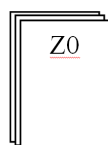


Halve kaarten vinden elkaar

Die leggen we op het einde uit.

<http://www.schoolbordportaal.nl/flash-overlay.php?id=825&title=Namenkiezer>

<http://www.naamloten.nl/>



Aantal kaarten voorspellen

Er zijn evenveel zwarte kaarten in Z
als rode kaarten in R!

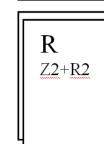
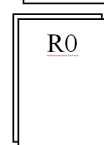
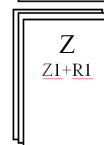
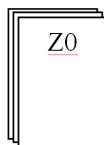
$$R_2 = Z_1$$

Ik neem stapeltje Z en
ken het aantal zwarte kaarten in R!

$$Z_2 = f(Z_1 \text{ en } R_1)$$

Vergelijkingen opstellen, stelsel oplossen





Aantal kaarten voorspellen

(1) $Z_0 + R_0 = 26$ en (2) $Z_1 + R_1 + Z_2 + R_2 = 26$

(3) $Z_0 = Z_1 + R_1$ en (4) $R_0 = Z_2 + R_2$

(5) $Z_0 + Z_1 + Z_2 = 26$ en (6) $R_0 + R_1 + R_2 = 26$

(3) in (5) en (4) in (6)

$Z_1 + R_1 + Z_1 + Z_2 = 26$ en $Z_2 + R_2 + R_1 + R_2 = 26$

$2Z_1 + R_1 + Z_2 = 2R_2 + R_1 + Z_2$

$2Z_1 = 2R_2$

$R_2 = Z_1$ (7)

(7) in (4) en (1) herwerkt

$R_0 = Z_2 + Z_1$ en $R_0 = 26 - Z_0$

dus $26 - Z_0 = Z_2 + Z_1$

$26 - Z_1 - R_1 = Z_2 + Z_1$ dus $Z_2 = 26 - 2Z_1 - R_1$



Het rekenwonder

5 882 352 941 176 470

Geef een getal tussen 1 en 16.

Bliksemsnel vermenigvuldigen.



Het rekenwonder

5 882 352 941 176 470

$$\frac{1}{17} = 0,05882352941176470$$

x is het getal van het publiek

$5 \cdot x$ geeft start in cijferrij aan

$1 < x \leq 7$: getal van twee cijfers net groter dan $5 \cdot x$

$8 \leq x \leq 14$: 2^{de} getal groter dan $5 \cdot x$

$15 \leq x \leq 16$: 3^{de} getal groter dan $5 \cdot x$

Verklaring?



Het rekenwonder

Voorbeeld

$$x = 6$$

$$5x = 30$$

$$5\ 882\ \underline{352}\ 941\ 176\ 470 \cdot 6 \\ = 35\ 294\ 117\ 647\ 058\ 820$$

$$x = 13$$

$$5x = 65$$

$$5\ 882\ 352\ 941\ \underline{176}\ \underline{470} \cdot 13 \\ = 76\ 470\ 588\ 235\ 294\ 110$$



1

17



100

17



$$\begin{array}{r} 100 \\ \underline{85} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{17} \\ 5 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1000 \\ \underline{85} \\ 150 \\ \underline{136} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{17} \\ 58 \end{array}$$



1000

85

150

136

14

17

58



10000

85

150

136

140

136

17

588



100000

85

150

136

140

136

40

...

17

5882



100000000000...

85

150

136

140

136

40

34

60

51

90

85

50

34

160

153

70

68

20

17

30

17

130

119

110

102

80

68

120

119

100

...

17

5882352941176470 5...

Bv. vermenigvuldigen met 6

600000000000...

51

90

85

50

34

160

153

70

68

20

17

30

17

130

...

17

035294117...

www.wolframalpha.com/input/?i=1%2F17

```

10000000000...
85
150
136
140
136
40
34
60 ←
51
90
85
50
34
160
153
70
68
20
17
30
17
130
119
110
102
80
68
120
119
100
..

```

Bv. vermenigvuldigen met 6

```

60000000000...
51
90
85
50
34
160
153
70
68
20
17
30
17
130
...

```

En waarom maal 5?

$$\frac{100}{17} = 5,8$$

```

117
5882352941176470 5...

```

Het rekenwonder

Maximale periode: ook 1 gedeeld door

7, 17, 19, 23, 29, 47, 59, 61, 97, 109, 113, 131, 149, 167...

<http://www.mathpuzzle.com/fraction>

Stelling van Midy

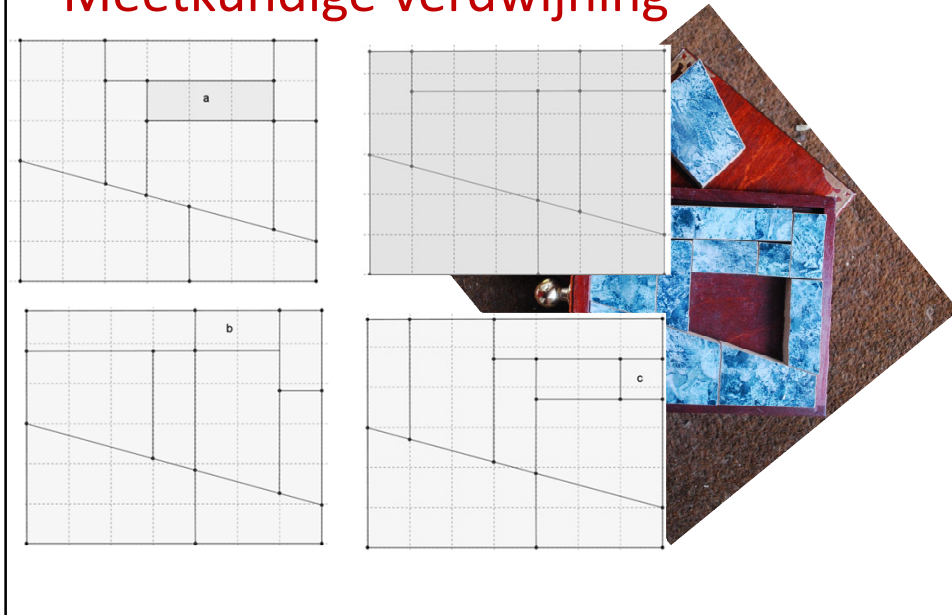
Als je de periode opdeelt in twee helften en je telt die helften op, vind je een getal van de vorm $10^n - 1$.

$$58823529 + 41176470 = 99999999$$

(geldt voor alle getallen $\frac{a}{p}$ met p priem en een even periode)

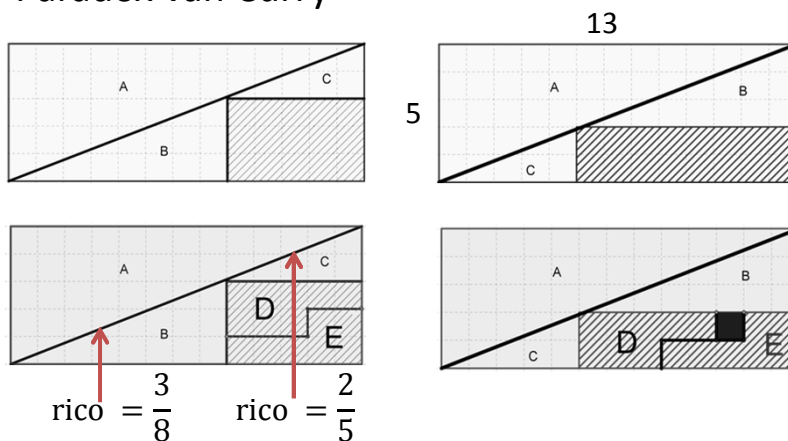


Meetkundige verdwijning

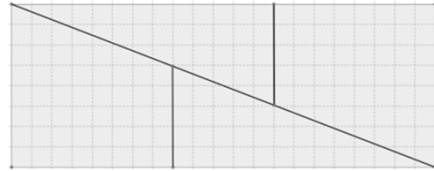
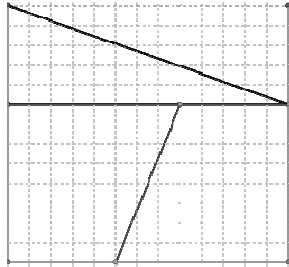


Meetkundige verdwijnen

Paradox van Curry



Meetkundig verdwijnen



Laat leerlingen een assenstelsel en coördinaten
bepalen op de figuren

Chocolade in de klas



Meetkundig verdwijnen

Onderzoeksopdracht

Ontwerp vierkanten en rechthoeken zoals de figuren hierboven voor een aantal andere getallen van de rij van Fibonacci en tracht een verband, een wetmatigheid, een eigenschap te ontdekken.

Controleer je eigenschap voor voldoende voorbeelden, zonder speciale gevallen uit het oog te verliezen.

Formuleer je bevindingen met juiste wiskundige symbolen. Zoek tenslotte naar een bewijs.



Rekenen met letters: kaart raden

Kies een kaart

Tel het getal op met het volgende getal.

Vermenigvuldig het resultaat met 5.

Tel er de kleur bij op



Rekenen met letters: kaart raden

Verklaring: getal n

$$\begin{aligned}(n + (n + 1)) \cdot 5 + (5 + k) &= (2n + 1) \cdot 5 + 5 + k \\ &= 10n + 5 + 5 + k \\ &= 10n + 10 + k \\ &= 10(n + 1) + k\end{aligned}$$



De vijf dobbelstenen

• Blauw	855	657	459	954	558	756
• Eigeel	377	872	971	179	278	773
• Rood	483	384	285	780	186	681
• Zwart	642	543	345	840	147	741
• Groen	762	960	168	564	366	663

Je werpt en je kunt meteen de som zeggen!

Voor foto:

$$\left. \begin{array}{l} 4 + 7 + 6 + 3 + 2 = 22 \\ 50 - 22 = 28 \end{array} \right\} \text{som} = 2822$$



De vijf dobbelstenen

• Blauw	855	657	459	954	558	756
• Eigeel	377	872	971	179	278	773
• Rood	483	384	285	780	186	681
• Zwart	642	543	345	840	147	741
• Groen	762	960	168	564	366	663

Middelste cijfer: hangt enkel af van de dobbelsteen, som

= 30

Buitenste cijfers: som is 13, 10, 7, 8 of 9.

Stel laatste cijfers b, e, r, z, g .

$$\begin{aligned} \text{Som} &= 100(13 - b + 10 - e + 7 - r + 8 - z + 9 - g) + 10 \cdot 30 + (b + e + r + z + g) \\ &= 100(50 - (b + e + r + z + g)) + (b + e + r + z + g) \end{aligned}$$



Josephus: weer op orde

8 kaarten: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Schudden op zijn Josephus
(achter, tafel, achter...)

Nog eens.

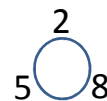
Nog eens.

Wat merk je op?

Plaats start →

Plaats na schudden →

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 8 & 4 & 7 & 2 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= (2 \ 8 \ 5)(3 \ 4 \ 7)$$


Josephus: de drenkeling

Eentje verdrinkt. Zijn maatje zal hem redden.

Schudden op z'n Josephus (tafel, achter, tafel, ...)

Daar is het maatje!

12 kaarten; 6 paren 'maatjes'; afstand 6 tussen maatjes



Josephus: de drenkeling

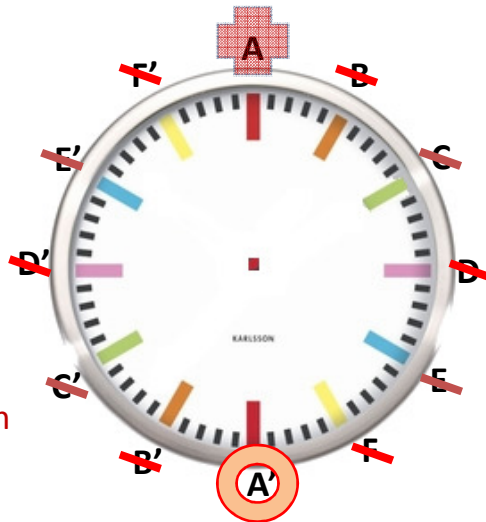
Voorstelling als 'klok'

Couperen = ...

Josephus (met eerst
neerleggen) = ...

Huiswerk: voor welke
aantallen gaat het nog?

2☺, 12, 44, 172... kaarten



Wat meer over Josephus

Schudden op zijn Josephus = schrappen in een kring
(tweede, vierde, ...).



Flavius Josephus (1^{ste} eeuw)

40 rebellen in een grot, zelfmoord i.p.v. overgave
aan de Romeinen. Hij berekende waar hij moest
staan om als laatste over te blijven.

Waar moet je staan om als laatste over te blijven?

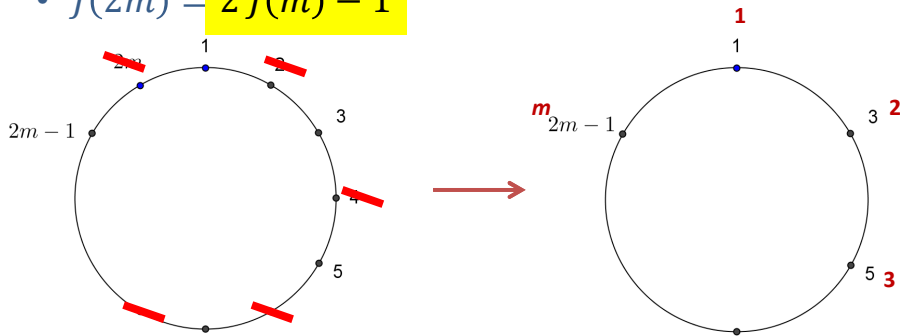
Of: waar moet je een kaart steken opdat die overblijft?



$J(n)$ = positie van de kaart die overblijft bij n kaarten

- $J(1) = 1$ ☺

- $J(2m) = 2J(m) - 1$



$$J(2m) = 5 \Leftrightarrow J(m) = 3$$

$$5 = 2 \cdot 3 - 1$$



$$J(2m) = 2J(m) - 1$$

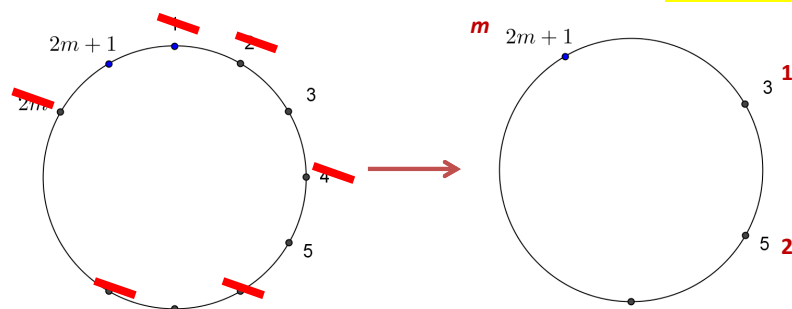
even

$J(n)$ = positie van de kaart die overblijft bij n kaarten

- $J(1) = 1$ ☺

- $J(2m) = 2J(m) - 1$

- $J(2m+1) = 2J(m) + 1$



$$J(2m+1) = 5 \Leftrightarrow J(m) = 2$$

$$5 = 2 \cdot 2 + 1$$



$$J(2m) = 2J(m) + 1$$

oneven

$J(n)$ = positie van de kaart die overblijft bij n kaarten

- $J(1) = 1$ ☺
- $J(2m) = 2J(m) - 1$
- $J(2m + 1) = 2J(m) + 1$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$J(n)$	1	1	3	1	3	5	7	1	3	5	7	9	11	13	15	1



Patroon?

$$J(2^k) = 1$$

$$J(2^k + 1) = 3$$

$$J(2^k + 2) = 5$$

...

$$J(2^k + r) = 2r + 1$$



Wat meer over Josephus

$$J(2^k + r) = 2r + 1$$



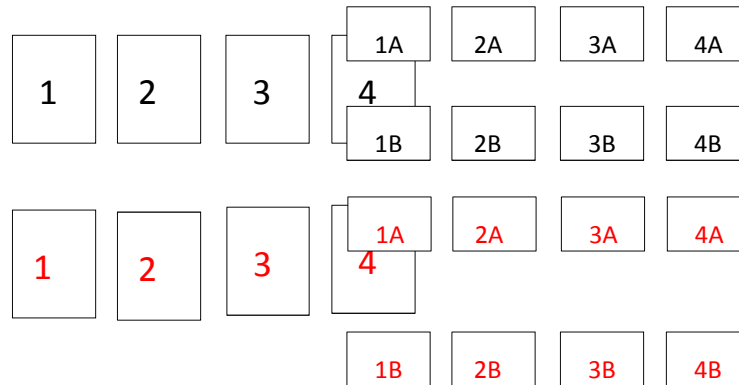
Voorbeeld: 40 rebellen in de grot en Flavius:

$$41 = 2^5 + 9$$

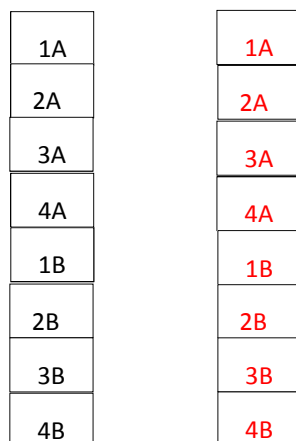
$$J(41) = 2 \cdot 9 + 1 = 19$$



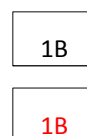
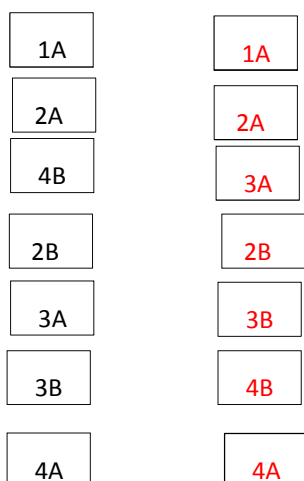
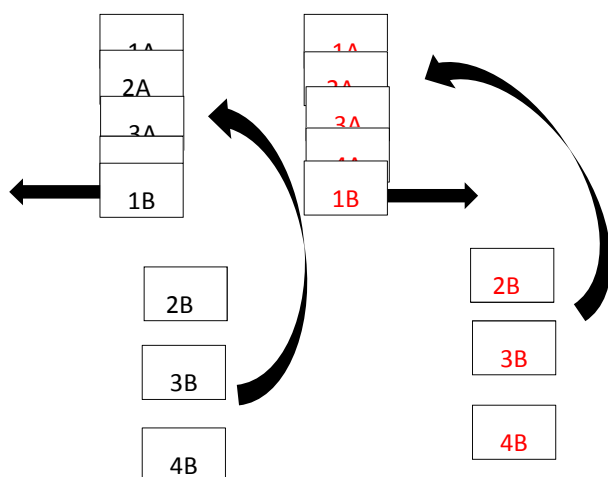
Halve kaarten vinden elkaar



Halve kaarten vinden elkaar



3 kaarten in het pak, 1 kaart weg



Wisselen maar...

1B

1B

1A	1A	
2A	2A	
4B	3A	
2B	2B	
3A	3B	
3B	4B	
4A	4A	

0 1 2 of 3 halve kaarten weg

1B

1A	1A	1A	1A
2A	2A	2A	2A
4B	4B	4B	4B
2B	2B	2B	2B
3A	3A	3A	
3B	3B		
4A			

0 weg $7 = 2^2 + 3$ $J(7) = 2 \cdot 3 + 1 = 7$

1 weg $6 = 2^2 + 2$ $J(6) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$

2 weg $5 = 2^2 + 1$ $J(5) = 2 \cdot 3 + 1 = 3$

3 weg $4 = 2^2$ $J(4) = 1$

7 dagen geldig!

1B

Voorbeeld: 1 kaart weg

1A
2A
4B
2B
3A
3B

$$1 \text{ weg } 6 = 2^2 + 2 \quad J(6) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$$



7 dagen geldig!

1B

$$J(6) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$$

Vrijdag Zaterdag

Donderdag

1A
2A
4B
2B
3A
3B

3B
1A
2A
4B
2B
3A

3A
3B
1A
2A
4B
2B

3B
1A
2A
4B
2B
3A



1 kaart weg + magie voor 7 dagen + kaarten weg

Uitwiskeling

Bedankt om mee te goochelen en te denken!

Michel.Roelens@ucll.be
 Gilberte.Verbeeck@uantwerpen.be
 www.uitwiskeling.be

Uitwiskeling